

Mathematica 体験 (2)

かつらだ まさし
桂田 祐史

2012年6月26日

この授業用の WWW ページは <http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2013/>

1 連絡事項

- 前回、こちらの事情で突然の休講にしてしまい、申し訳ありません。レポート課題⁹については、締切を7月2日18:00に変更します。もう提出したが、提出し直すということも認めます。Oh-o! Meiji で出来なければ、メールで提出して下さい。

2 Mathematica 体験 (続き)

前回の続きということで、今日は「電卓的な使用 5.12 整数 (素因数分解, 素数判定)」² から順番に説明します。

3 レポート課題 10

- Oh-o! Meiji を使ってレポートを提出せよ。締め切りは7月16日(火曜)18:00とする(締め切りはかなり先です。あわてずにやって下さい。)
- Mathematica に与えたコマンドと計算結果、その説明を TeX で書き、PDF ファイル (名前は `kadai10.pdf` とする) を提出する。
- 計算の仕方を工夫すること (関数を作ったり、`Table[]` を使ったり…)
- (繰り返し) 結果が複雑な場合は、簡単化を試みること。
- (繰り返し) 検算が可能な問題については、検算もすること。— 時間に余裕が生じた場合は、ここを頑張ること。コンピューターを使う場合、筆算ではできないような検算も可能になる。

¹<http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2/jouhousyori2-2013-09/node8.html>

²<http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2013/mathematica/node28.html>

(1) Mathematica に、 $\cos \frac{2\pi}{n}$ ($n = 1, 2, \dots, 20$) を計算させなさい。(結果を見て納得が行きますか?)

(2) $\sum_{k=1}^3 \frac{1}{2^k}, \sum_{k=1}^5 \frac{1}{2^k}, \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{2^k}, \sum_{k=1}^{50} \frac{1}{2^k}$ を計算せよ (なるべくユーザー定義関数を使うこと)。また、それらの値を正確に小数に直せ (十進法では有限小数というのはすぐ分かりますね?)。

(3) 与えられた $\alpha > 0$ に対して、 $\sqrt{\alpha}$ の近似値を求めるために Newton 法

x_1 は適当に与える,

$$x_n = x_{n-1} - \frac{x_{n-1}^2 - \alpha}{2x_{n-1}} = \frac{1}{2} \left(x_{n-1} + \frac{\alpha}{x_{n-1}} \right) \quad (n = 2, 3, \dots)$$

が利用できる³。実際にこれを用いて $\sqrt{3}, \sqrt{21}$ の近似値を求めよ。やはり計算の仕方を工夫すること。また得られた結果の精度についても検討せよ。

(4) 次のどちらか一方を解け。

(a) 図1を再現せよ。(色々な描き方があります。楕円面と平面は別々に描いてから合成出来ることを知っておくと、自由度が上がるかも。)

(b) 円錐を描け。ただし Mathematica の命令 `Cone[]` は使わないでやること。

(注意 3次元グラフィックスは、EPS形式で出力すると、ファイル・サイズが非常に大きくなり、TeX 文書に取り込めなかったり、Oh-o! Meiji にアップロード出来なくなったりするので、一度 JPEG 形式で出力してから、jpeg2ps で EPS 形式に変換することを勧めます。)

図1の描き方のヒント: 球面を描く例は解説文書の中にある (そこではパラメーター曲面としてだったけれど、レベル・セット (等値面) としても描画可能)。それを少し修正すれば $(x+1)^2/1 + y^2/4 + (z-1)^2/9 = 1$ を描くのは簡単である。一方で平面を描くのも簡単 (グラフとして描いたり、やはりレベル・セット (等値面) としても描画可能)。同時に描ければ良いけれど、それは簡単ではないかもしれない。そういう困難を解決する手段が、別々に描いておいたものをまとめて表示する `Show[]`⁴ です。

- グラフィックス・オブジェクトは、変数に代入しておくのが良い。

```
g1=Plot3D[...]  
g2=...  
...  
g>Show[g1,g2]
```

³Newton 法の一般式は $x_{n+1} = x_n - f'(x_n)^{-1}f(x_n)$ で、 $f(x) = x^2 - \alpha$ について適用すると上の式が得られる。

⁴<http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2013/mathematica/node64.html>

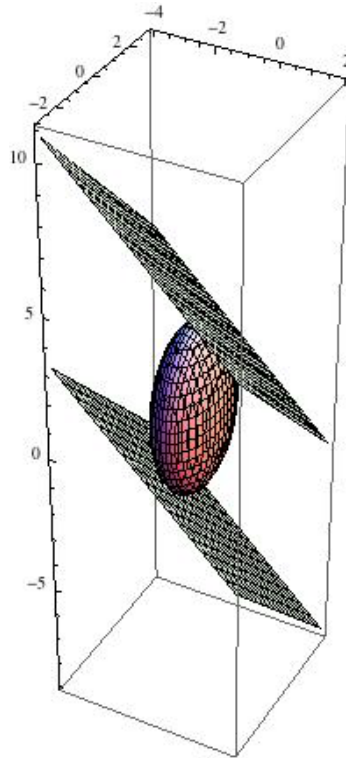


図 1: $\frac{(x+1)^2}{1} + \frac{y^2}{4} + \frac{(z-1)^2}{9} = 1$ と接平面 $x + y + z = \pm\sqrt{14}$ (訂正しました)

- グラフィックスのオプション、例えば BoxRatios や PlotRange を適切に設定する。(「2変数関数のグラフ」⁵, 「グラフィックス・オブジェクト, Show[]」⁶ などを見よ。)
- グラフィックスは Export[] コマンドで保存できる。2013 年度の情報処理教室の環境では、特に指定しないとドキュメント に保存される。フォーマットはファイル名末尾の拡張子で自動的に選ばれる。

```
Export["kadai10graph.eps", g]
```

ドキュメントの下の syori2 フォルダに保存するのならば

```
Export["syori2/kadai10graph.eps", g]
```

のように指定すれば良い。

- グラフィックスを PostScript フォーマットで出力した場合、サイズが大きくなることもある(その結果 Oh-o! Meiji のレポート提出システムにはねられることがある)。その場合は(姑息な手段かもしれないが) JPEG で出力して、それから PostScript に変換するのが良い。

⁵<http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2013/mathematica/node54.html>

⁶<http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2013/mathematica/node64.html>

```
Export["syori2/kadai10graph.jpg", g]
```

コマンドプロンプトにて JPEG から PostScript に変換

```
Z:\¥.windows2000¥syori2> jpeg2ps kadai10graph.jpg > kadai10graph.eps
```

(jpeg2ps コマンドは Windows 標準のコマンドではないが、2013 年度情報処理教室の環境には用意されている。)

- (おまけ) L^AT_EX に取り込むには、

```
\usepackage[dvips]{graphicx}% もしかすると dvips は dvipdfm が良いかも。
...
\begin{document}
...
\includegraphics[width=10cm]{kadai10graph.eps}
```

4 レポート課題 11(案)

次のいずれかを選択して下さい。

- (1) 授業などで現れた問題や例を、Mathematica を使って計算してみる。教科書、授業のノート、プリント、自分が読んだ本 (授業と全然関係無くても良い) などから、自分でやるのは大変そうな計算や、グラフ描画など、適当な問題を探しておいて下さい。
- (2) Mathematica が計算できない、あるいは間違えた結果を答えるような問題を見つけたら、その理由を分析して、どの辺に限界があるか確かめてみる。
- (3) 3次元空間のラプラシアン $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ の極座標表示を Mathematica を使って計算せよ (微分法の合成関数の微分法の少し面倒目の計算問題)。