情報処理 2 第 9 回

Mathematica 体験 (2)

かつらだ まさし
桂田 祐史

2011 年 7 月 6 日

この授業用の WWW ページは http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2011/

1 Mathematica 体験

前回は、さらっと紹介して、(残っている課題がなくて余裕がある人は) 各自ということでしたが、今日は「電卓的な使用 5.8 ルートなど」[1] から順番に説明します。

2 レポート課題 9

- Oh-o! Meiji を使ってレポートを提出せよ。締め切りは 7 月 19 日 (火曜)18:00 とする。
- Mathematica に与えたコマンドと計算結果、その説明を TEX で書き、PDF ファイル (名前は kadai9.pdf とする) を提出する。
- (繰り返し) 結果が複雑な場合は、簡単化を試みること。
- (繰り返し) 検算が可能な問題については、検算もすること。— 時間に余裕が生じた場合は、ここを頑張ること。コンピューターを使う場合、筆算ではできないような検算も可能になる。

(1) Mathematica に、$\cos\dfrac{2\pi}{n}$ $(n=1,2,\ldots,20)$ を計算させなさい。(結果を見て納得が行きますか?)

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3}\frac{1}{2^k}, \sum_{k=1}^{5}\frac{1}{2^k}, \sum_{k=1}^{10}\frac{1}{2^k}, \sum_{k=1}^{50}\frac{1}{2^k}$ を計算せよ (なるべくユーザー定義関数を使うこと)。また、それらの値を正確に小数に直せ (十進法では有限小数というのはすぐ分かりますね？)。

[1] http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2011/mathematica/node16.html

(3) 与えられた $\alpha > 0$ に対して、$\sqrt{\alpha}$ の近似値を求めるために Newton 法

$$x_1 \text{ は適当に与える},$$
$$x_n = x_{n-1} - \frac{x_{n-1}^2 - \alpha}{2x_{n-1}} = \frac{1}{2}\left(x_{n-1} + \frac{\alpha}{x_{n-1}}\right) \quad (n = 2, 3, \cdots)$$

が利用できる[2]。実際にこれを用いて $\sqrt{3}$, $\sqrt{21}$ の近似値を求めよ。やはり計算の仕方を工夫すること。また得られた結果の精度についても検討せよ。

(4) 次のどちらか一方を解け。

(a) 図 1 を再現せよ。

(b) 円錐を描け。

(注意　3 次元グラフィックスは、EPS 形式で出力すると、ファイル・サイズが非常に大きくなり、TeX 文書に取り込めなかったり、Oh-o! Meiji にアップロード出来なくなったりするので、一度 JPEG 形式で出力してから、jpeg2ps で EPS 形式に変換することを勧めます。)

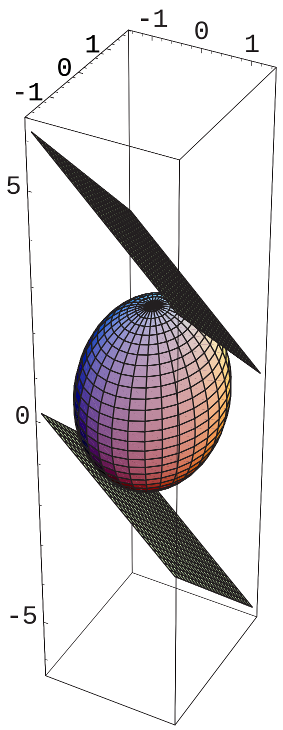

図 1: $\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^2}{3} + \dfrac{z^2}{4} = 1$ と接平面 $x + y + z = \pm 3$

図 1 の描き方のヒントをリクエストされたので。球面を描く例はすでにあった (そこではパラメーター曲面としてだったけれど、レベル・セット (等値面) としても描画可能)。それを少

[2] Newton 法の一般式は $x_{n+1} = x_n - f'(x_n)^{-1} f(x_n)$ で、$f(x) = x^2 - \alpha$ について適用すると上の式が得られる。

し修正すれば $x^2/2+y^2/3+z^2/4=1$ を描くのは簡単である。一方で平面を描くのも簡単 (グラフとして描いたり、やはりレベル・セット (等値面) としても描画可能)。同時に描ければ良いけれど、それは簡単ではないかもしれない。そういう困難を解決する手段が、別々に描いておいたものをまとめて表示する `Show[]`[3] です。

3 レポート課題10予告

次のいずれかを選択して下さい。

(1) 授業などで現れた問題や例を、Mathematica を使って計算してみる。教科書、授業のノート、プリント、自分が読んだ本 (授業と全然関係無くても良い) などから、自分でやるのは大変そうな計算や、グラフ描画など、適当な問題を探しておいて下さい。

(2) Mathemaitca が計算できない、あるいは間違えた結果を答えるような問題を見つけたら、その理由を分析して、どの辺に限界があるか確めてみる。

(3) 3次元空間のラプラシアン $\triangle=\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ の極座標表示を Mathematica を使って計算せよ。

[3] `http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2011/mathematica/node61.html`