

Mathematica 体験 (1)

かつらだ まさし
桂田 祐史

2007 年 7 月 3 日

この授業用の WWW ページは <http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2007/>
いよいよ残り 3 回となりました。少し忙しいですが、Mathematica をやります。

1 Mathematica を始めよう

1.1 イントロ

代表的な数式処理系である Mathematica を体験します。数式処理でということが出来るのか雰囲気をつかんで、今後の学習・研究の補助手段にしてもらおう、というねらいです。

Mathematica に関する書籍や WWW 上の情報は豊富です。この授業用にも、『Mathematica 入門』¹ を用意してあります。

1.2 Mathematica ってこんなもの (まずは触ってみる)

Mathematica は色々なコンピューター環境に用意されています。以下の例は、数学科のワークステーションである oyabun にログインして、Mathematica を実行してみたものですが、情報処理教室の Windows XP マシンでも、以下のようにして使えます。

情報処理教室の Windows XP マシンでの Mathematica の利用法

1. スタート・メニューから [すべてのプログラム (P)] [Mathematica 4] を選択
2. UserID (ユーザ名) と Password (パスワード) を尋ねられたらきちんと答える。
3. タイトルバーに `Z!Stream XPStyle - Microsoft Internet Explorer` と書かれたウィンドウが現れる。[Start] [プログラム] [Mathematica 4] を選択。

画面左側に現われる “Untitled-1” (日本語版では「名称未定義-1*」) というウィンドウに、キーボードからコマンドを入力して、最後に `[Shift]+[Enter]` を入力するのが基本である。

¹<http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2007/mathematica/>

ここでは、プログラムなどは書かずに、式を順次入力して計算結果を表示させています。

```
oyabun% math
Mathematica 4.0 for Solaris
Copyright 1988-1999 Wolfram Research, Inc.
-- Motif graphics initialized --

In[1]:= 1/2+1/3                                分数計算

Out[1]=  $\frac{5}{6}$                                 ちょっと見難いですけどね

In[2]:= a={{0,1},{6,1}}                        行列の入力

Out[2]= {{0, 1}, {6, 1}}

In[3]:= Eigenvalues[a]                        行列の固有値の計算

Out[3]= {-2, 3}

In[4]:= Eigenvectors[a]                       行列の固有ベクトルの計算

Out[4]= {{-1, 2}, {1, 3}}

In[5]:= Expand[(x+y)^6]                       式の展開

Out[5]=  $x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6$ 

In[6]:= N[Pi,50]                              円周率 50 桁

Out[6]= 3.1415926535897932384626433832795028841971693993751

In[7]:= Integrate[Log[x],x]                   不定積分

Out[7]= -x + x Log[x]

In[8]:= Plot3D[x^2 - y^2, {x,-1,1}, {y,-1,1}]   グラフ

Out[8]= -Graphics-                            ここで画面に図が表示されます

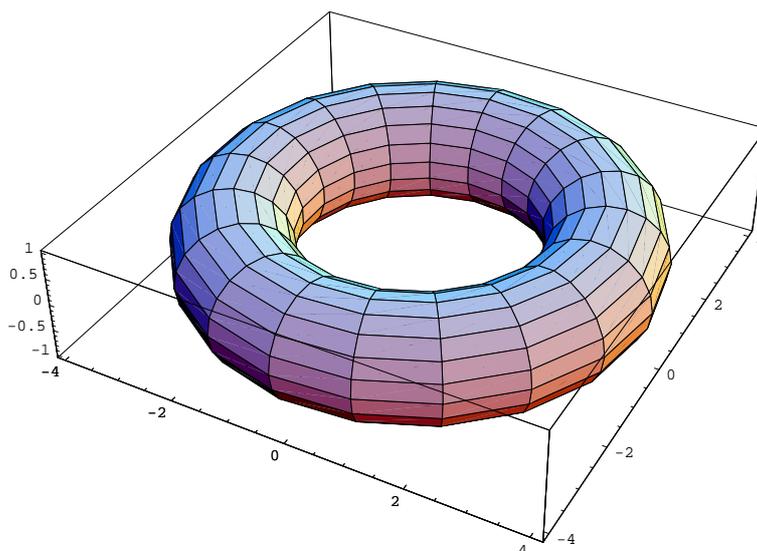
In[9]:= Solve[x^3+2x==1,x]                   3 次方程式を解かせてみる

結果は一見に価するけれど、紙を食うのでカットします。

In[10]:= ParametricPlot3D[{Cos[t](3+Cos[u]),Sin[t](3+Cos[u]),Sin[u]},
{t,0,2Pi},{u,0,2Pi}]                          トーラスを描かせる。

Out[10]:= -Graphics3D-

In[11]:= Quit                                終了
oyabun%
```



1.3 数式処理とは

プログラミング言語 (計算機言語) の中には、数値や文字だけでなく、

数式をデータとして扱うことの出来る「数式処理言語」

と呼ばれるものがあります。数式処理言語を使えるソフトウェアを数式処理系と呼びます。現在、一般向けの数式処理系としては Mathematica, Maple が双璧とされています。

(その他に MuPAD², REDUCE³, Risa/Asir⁴, Macsyma⁵, MAXIMA⁶ などが有名。)

C や BASIC のようなプログラミング言語は、プログラムの中では「数式」を書けますが、scanf() や INPUT, PRINT や printf() 等で入出力可能なデータは、数や文字列だけで、例えば $-2/5$ のような分数式の入力は出来ません。またグラフを描くプログラムを作る場合に、範囲や、分割数の指定等は実行時に入力出来ても、グラフを描こうとしている関数自体は (普通の方法では) 入力できず、プログラムの中に自分で埋め込むしかなかったわけです。そういう意味では C や BASIC は不自由な言語であると言えます⁷。

Mathematica は、グラフィックスやサウンドなども便利に扱えるようになっていて、ひょっとすると「数式処理」とだけ説明するのはもう間違いかもしれません。

²個人・非商用利用には無償で利用できるバージョンがあるようです。かなりの完成度なのでチェックしてみると良いかもしれません。

³筆者が学生の頃 (二十年前)、大型計算機で REDUCE を使って、計算するのがおしゃれだった。現在でも計算の種類によっては、一番よいかもしれない？

⁴Made in Japan の現役。グレブナー基底の計算など得意です。

⁵かつて MIT でしか使えなかった憧れの (歴史的) 処理系。古い本を読むと良く出て来ます。

⁶Macsyma の子孫。GPL (GNU GENERAL PUBLIC LICENSE) で配布されている (ゆえに、いわゆるフリーソフト)。メジャーになれるか???

⁷もちろん不自由さを補って余りある大きな利点があるから、現在でも盛んに使われているわけです。例えば、実際の処理系の (反復の多い) 数値計算の速さで比べると C が圧勝します。原理的には一つのプログラミング言語があれば、どんな計算でも出来るはずなのですが、実際的な意味で万能のプログラミング言語と呼べるものは存在せず、適材適所を心がけることが重要です。みなさんも、あまり一つの言語、一つのシステムにこだわらずに、機会があったら色々なものを勉強してみましょう。

2 レポート課題 9A

(今日 (7月3日) は、『Mathematica 入門』⁸ の 4, 5 節を説明する予定です。このレポート課題 9A を解くために必要なことは、そこに説明されています。『Mathematica 入門』では色々な計算をさせていますが、なぜそういう結果になるか考えて (場合によっては計算前に結果を予想して)、なるべくそれを自分の目の前のコンピューターで再現して下さい。)

以下の問題 (1) ~ (6) を Mathematica を用いて (半分以上) 解いて、レポートせよ。

- 表題 (Subject:) は「情報処理 2 課題 9A」、締め切りは 7 月 3 日とする (??)。
- Mathematica に与えたコマンドと計算結果を送ること。もし出来れば説明も $\text{T}_\text{E}\text{X}$ で書くこと (時間が限られているので、 $\text{T}_\text{E}\text{X}$ 文書による説明は、レポート受け付けの必要条件とはしない)。ノートブック (*.nb) を添付するのが簡単であろうが、その場合は “syori2-0703.nb” という名前にすること。
- 結果が複雑な場合は、簡単化を試みること。
- 検算が可能な問題については、検算もすること。— 時間に余裕が生じた場合は、ここを頑張ること。コンピューターを使う場合、筆算ではできないような検算も可能になる。

(1) 661775625 を素因数分解せよ。

(2) $2^{15} - 1$ と $2^{20} - 1$ の最大公約数を求めよ。

(3) $(a + b)^5$ の展開公式を作れ。

(4) 2 次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ を解け。3 次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ を解け。

(5) 次の関数を微分せよ。(1) $x^2\sqrt{x} + (x^3 - x)\sqrt{x^2 + x + 1}$ (2) $\sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}$

(6) (1) $\int_0^1 \frac{1}{(x-2)^5} dx$ (2) $\int_0^\pi \frac{1}{2 + \cos x} dx$

3 レポート課題 X

(‘X’ には後で適当な番号が入ります。)

自分でいくつか問題を用意して、それを Mathematica で計算して解決するにはどうすれば良いか調べ、実際に計算させてみなさい。自力では面倒、あるいは複雑で最後まで正しく計算するのが難しいような問題を探しておいてください。教科書の計算問題を 1 ページ分解させてみて、結果を比較する、でもよいです。

最近、Mathematica が向上して、めったなことでは間違った答を出さなくなりました (以前は時々お茶目な回答をしてくれました)。もしもおかしな計算結果を見つけたら是非レポートしてください。

⁸<http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2007/mathematica/>

間違わないにしても、「計算できなかった」というケースは比較的見つけやすいです。なぜ計算できなかったのか考察をつけてくれれば(単に「計算が大変だろうか」ではなくて、どれくらいまでは計算できるか試すなどすること)、それもレポートに含めて下さい。

A oyabun の Mathematica を使う (緊急避難)

情報処理教室の Mathematica にはライセンス数に限りがあります。今日の授業には十分なはずですが、万一不足した場合は、数学科のワークステーション oyabun にログインして Mathematica を使ってください。

1. oyabun に接続するには、スタートメニューの [すべてのプログラム (P)] から TeraTerm Pro を実行し、ホストとして oyabun (oyabun.mind.meiji.ac.jp) を入力する。
2. oyabun にログインするには、login: プロンプトに対して、ユーザー名とパスワード (それぞれ板書します) を入力する。
3. Mathematica を起動するには、oyabun% というプロンプトに対して、math`Enter`を入力する。
4. Mathematica を終了するには、In[数]:= というプロンプトに対して、Quit`Enter` というコマンドを打ち込む。
5. oyabun からログアウトするには、oyabun% というプロンプトに対して、logout`Enter` とする。

グラフィックスが必要な場合は、Linux を起動して、そこから oyabun にアクセスする必要がありますが、今日はグラフィックスが必要ないので、ここで説明した方法が簡単でしょう。