

数学のためのコンピューター (4) Mathematica 入門 (2)

かつらだ まさし
桂田 祐史

2002 年 7 月 11 日

1 連絡事項

1.1 レポート

- よくある間違い、望ましいレポートの例、こういうレポートは何点、みんなの出来、など 7 月末頃 WWW ページ上に掲載 (~ 今年度一杯)
- 希望者に採点結果を通知
- レポートは今日で全部 \times 切であるが、遅れても提出したい場合は、7 月 19 日 (金曜)。それ以降は一切見ない。
- 採点については、
 - 各課題 5 点満点、3 点が基準、平均 2 点以下は不可。
 - (基準の抽象的な説明) なすべきことをしていれば 3 点以上。課題の意味を誤解したり、やるべきことを実質的にやっていない (他人の結果のまる写し等) は 2 点以下。特に努力や冴えが見られる場合 4 点以上。

1.2 本日すべきことについて

課題の代わりにある種の出席点 (数学科のマシン上にログインした記録を残すこと — 後述のファイル syori2-7-11 を作る)。

1.3 今日の数学科のマシンの利用は専用アカウント

- アカウントはゲスト用 (guest) でなく、各人の専用アカウントで、ユーザー名は情報科学センターと同じ (ee180 某 とか)、パスワードは本日に限り syori2mk だが、今晚 12 時に変更。今後もこのアカウントを使いたい場合は E-mail で連絡して下さい。

2 Mathematica を使ってみる

解析概論 I でどう使えるか?

2.1 2変数関数の描画

```
In[1] := Plot3D[x^2-y^2,{x,-1,1},{y,-1,1}]
In[2] := ContourPlot[x^2-y^2,{x,-1,1},{y,-1,1}]
In[3] := Needs["Graphics`ImplicitPlot`"]
In[4] := ImplicitPlot[x^2-y^2==0,{x,-1,1}]
```

2.2 極値問題

紙と鉛筆で計算するのが面倒、もしくは計算ミスをしていないか、自信がないという一つ問題を解いてみよう。解析概論から一題。

演習問題 32

$f(x, y) = (x^2 - y^2)e^{-(x^2+y^2)}$ について、以下の問に答えよ。

(1) $\nabla f(x, y)$ を求めよ。(2) f の Hesse 行列を求めよ。(3) f の極値を求めよ。

```
f=(x^2-y^2)Exp[-(x^2+y^2)]
fx=D[f,x]
fx=Simplify[%]
fy=Simplify[D[f,y]]
Solve[{fx==0,fy==0},{x,y}]
警告が出る。
```

Mathematica 4.0 では努力してゴミ（解でないもの）を出してしまう。
どうも $\text{Exp}[-(x^2+y^2)]$ で苦労しているようなので、それを除いてやる。

```
s=Solve[{Exp[x^2+y^2]fx==0,Exp[x^2+y^2]fy==0},{x,y}]
```

こうすると、どのバージョンでも警告無しにちゃんと解ける。

```
Plot3D[f,{x,-2,2},{y,-2,2}]
```

グラフを消すには、(1) クリック、(2) File から Quit、(3) C-q のいずれか

```
ContourPlot[f,{x,-2,2},{y,-2,2}]
```

山と谷、交わる2曲線
分かりますか？

```
fxx=D[fx,x]
fxx=Simplify[%]
fxy=Simplify[D[fx,y]]
fyx=Simplify[D[fy,x]]
fyy=Simplify[D[fy,y]]
```

ちなみにバージョンによって、見栄えが異なります。

```
h={fxx,fxy},{fyx,fyy}
s
```

```
h /. {x -> -1, y -> 0}
```

```
Eigenvalues[%]
```

ともに負（極大！）

```
Eigenvalues[h /. {x -> -1, y -> 0}]
```

```
f /. {x -> -1, y -> 0}
```

値は $1/E$

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> 0}]
```

不定符号

```
Eigenvalues[h /. {x -> 1, y -> 0}]
ともに負 (極大!)
f /. {x -> 1, y -> 0}
値は 1/E
```

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> -1}]
ともに正 (極小!)
f /. {x -> 0, y -> -1}
値は -1/E
```

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> 1}]
ともに正 (極小!)
f /. {x -> 0, y -> 1}
値は -1/E
```

2.3 kyokuchi.m

ある程度まで自動化したプログラム。

```
kyokuchi.m
(* 二変数関数 f の停留点を求める (よう努力する) *)
kyokuchiten[f_]:=
Module[
  {fx,fy},
  fx=Simplify[D[f[x,y],x]];
  fy=Simplify[D[f[x,y],y]];
  Solve[{fx==0,fy==0},{x,y}]
]

(* 二変数関数 f とその停留点のリスト s を分析し、極値の判定をする *)
bunseki[s_,f_]:=
Module[
  {ff,HesseXY,aSolution,restSolutions,valf,l1,l2},
  ff=f[x,y];
  HesseXY = {{D[ff,x,x],D[ff,x,y]},
             {D[ff,y,x],D[ff,y,y]}};
  restSolutions = s;
  While [(restSolutions != {}),
    aSolution = First[restSolutions];
    restSolutions = Rest[restSolutions];
    valf = ff /. aSolution;
    {l1,l2} = Eigenvalues[HesseXY /. aSolution];
    If [l1 > 0 && l2 > 0,
      Print[aSolution, ", 極小 f(x,y)=", valf]];
    If [l1 < 0 && l2 < 0,
      Print[aSolution, ", 極大 f(x,y)=", valf]];
    If [(l1 l2 < 0),
      Print[aSolution, ", 極値でない "]];
    If [(l1 l2 == 0),
      Print[aSolution, ", 極値であるかどうか分からない。 "]];
  ]
]
```

まだまだ不完全ですが、「答えあわせのお供」くらいにはなります。

kyokuchi.m の使用例

```
oyabun% math
Mathematica 4.0 for Solaris
Copyright 1988-1999 Wolfram Research, Inc.
-- Motif graphics initialized --

In[1]:= << /home/syori2/kyokuchi.m

In[2]:= f[x_,y_]:=x y(x^2+y^2-4)

In[3]:= s=kyokuchiten[f]

Out[3]= {{x -> -2, y -> 0}, {x -> -1, y -> -1}, {x -> -1, y -> 1},
> {x -> 0, y -> 0}, {x -> 1, y -> -1}, {x -> 1, y -> 1}, {x -> 2, y -> 0},
> {y -> -2, x -> 0}, {y -> 2, x -> 0}}

In[4]:= bunseki[s,f]
{x -> -2, y -> 0}, 極値でない
{x -> -1, y -> -1}, 極小 f(x,y)=-2
{x -> -1, y -> 1}, 極大 f(x,y)=2
{x -> 0, y -> 0}, 極値でない
{x -> 1, y -> -1}, 極大 f(x,y)=2
{x -> 1, y -> 1}, 極小 f(x,y)=-2
{x -> 2, y -> 0}, 極値でない
{y -> -2, x -> 0}, 極値でない
{y -> 2, x -> 0}, 極値でない

In[5]:=
```

A 基本的な使い方

(ほとんど前回と同じ)

情報科学センターから数学科のワークステーション上の Mathematica を利用する場合について説明します。

A.1 Mathematica を起動するまで

- (1) まず、数学科のどのマシンにログインするかを決めます。授業中はくじで決められたマシンにして下さい。そうでないときは、oyabun が良いでしょう。以下では kobun07 にログインするとして説明します。
- (2) ASTEC-X を起動して、UNIX (Solaris) 環境にログインし、kterm を起動して、

```
isc-xas06% xhost +kobun07
```

とします。このおまじないは、kobun07 上で実行した X クライアント (今回は Mathematica) からの接続要求を受けいれるようにする、ということです。

- (3) Windows 2000 環境に戻り、スタート・メニューから Tera Term Pro を選んで、Host 欄に kobun07.mind.meiji.ac.jp を入力し、OK ボタンをクリックします。login: に対して自分のユーザー名 (情報科学センターと同じ名前)、Password: に対して syori2mk を入力して、ログインします。

パスワードの有効期限はは今晚正午まで。使い続けたい場合は相談。

- (4) kobun07 で

```
kobun07% emacs &
```

としてから、ASTEC-X をクリックして、Solaris (UNIX) 環境に戻ると、emacs が出ているはず (kobun07 上の emacs !)。もしも emacs が出ていなかったら、kobun07 で

```
kobun07% printenv DISPLAY
icr3-0001:0.0
kobun07%
```

のようにして環境変数 DISPLAY の値を確認する。icr3- なんとか となっていなければ、

```
kobun07% setenv DISPLAY icr3-0001:0.0
```

のように値を設定する (icr3-0001 のところは自分の使っているパソコンのホスト名)。

- (5) emacs の中で M-x shell リターン として¹、出て来るプロンプトに対して、

```
kobun07% Math
```

とすると、Mathematica が起動します。

注: 授業中でなければ (4), (5) は単に `mathematica &` で良い — しかしその場合 (GUI インターフェイス) の利用法の説明は省略。

A.2 Mathematica を終了して、数学科のマシンからログアウトするまで

- (1) Mathematica のプロンプト `In[数] :=` に対して、Quit コマンド (先頭が大文字であることに注意) を入力。シェルのプロンプト (`kobun07%`) に対して、exit を実行する。

```
In[100] := Quit
kobun07% exit

Process shell finished
```

¹M-x は、ESC x と入力する。

- (2) emacs を終了する (C-x C-c)。その (終了) 前に C-x C-w ファイル名 リターン とすると、Mathematica とのやり取りをファイルに記録することも出来る。今回はファイル名として (syori2-7-11 のような文字列) を入力することを勧める。
- (3) Windows 2000 側の Tera Term Pro でも、きちんと logout しておくことを勧めます。