

## 数学のためのコンピューター (3) Mathematica 入門 (2)

かつらだ まさし  
桂田 祐史

2001 年 7 月 12 日 (15 日改訂)

### 1 連絡事項

レポートの最終的な締め切りは 7 月 28 日 (土曜) とします。それ以降送られたものは成績評価の対象にはしません。

- Mathematica でグラフィックスが利用できない障害は解決しました (はずです)。利用手順も一部簡略化しました<sup>1</sup>。

情報科学センターのマシンから数学科の Mathematica を使う

(授業中はクジを見て *hostname* とコマンド名を確認する。  
授業中でなければ *hostname* = oyabun でよい。)

```
waltz21% xhost hostname
waltz21% rlogin hostname
Last login: Fri Jul 6 16:20:47 from waltz
Sun Microsystems Inc. SunOS 5.6 Generic August 1997
hostname% math (または math1.2, math2.2, mathematica &)
Mathematica 4.0 for Solaris
Copyright 1988-1999 Wolfram Research, Inc.
-- Motif graphics initialized --
In[1]:=
...
In[n]:= Quit
hostname% logout
waltz21%
```

グラフィックス用オマジナイ  
*hostname* にリモート・ログイン  
情報科学センターからは  
パスワードなしでログイン可  
Mathematica の起動  
(コマンドはクジで決めたもの)

Mathematica 終了  
*hostname* からログアウト

- 万一、上のやり方でログインできなかった (パスワードを尋ねられた) 場合はゲスト・アカウント (ユーザー名 *guest*, パスワードはスクリーンで示す) でログインして下さい。

```
waltz21% rlogin hostname -l guest ( 1 は L の小文字)
```

なお、ゲスト・アカウントは授業終了後は使えなくします。

<sup>1</sup>setenv DISPLAY waltzxy:0.0 を自動的に実行するように設定しました。 — 授業中はまだこうなっていないでしたが、直しました。

- Mule の M-x shell コマンドが相変わらず動かないので<sup>2</sup>(ごめんなさい)、情報科学センターで mule を起動して、そちらでコマンドをタイプしてからマウスでコピー & ペーストして入力することを勧めます。
- Mathematica の簡単な解説を用意しました。

```
waltz21% acroread ~re00018/mathematica.pdf &
```

で読めます (印刷も出来ます — あまり勧めませんが)。

- 課題 6 をどうやるのか? という質問がありました。(注意: 全部説明しきっていないこともあるので、7月28日(土曜)までに締め切りを延長します。) 6-1, 6-2, 6-3 までは授業で説明しましたが、<http://www.isc.meiji.ac.jp/%7Ere00018/syori2-2001/kadai6/> に説明を書いておきます (ホームページからリンクが張ってあります)。
- 今日の課題は電子メールで送るのではなく、数学科計算機室のワークステーション上にファイルとして置いてください。情報科学センターのマシンで作成した場合は、次のようにネットワーク経由でコピーすることになります (「ネットワーク入門 (2) 生田 LAN」を参照)。

(まず report7 というファイルを書く — 当たり前だけど...)

```
waltz21% rcp report7 oyabun:
```

```
waltz21% rlogin oyabun
```

```
waltz21% ls
```

```
waltz21% logout
```

report7 を oyabun にコピー

oyabun にログインしてみる

report7 があるか確認

## 2 数学科計算機室のアカウント

前回、Mathematica を利用したりするために、数学科計算機室 (6701 号室) のワークステーション (oyabun, kashira, anesan, anego, aniki, kobun00, kobun01, kobun02, kobun07, kobun08, kobun09, fiddle) のアカウントを用意しましたが、このアカウントは卒業まで残します。

情報科学センターのワークステーションのアカウントからはパスワードなしでログインできるはずです。

```
waltz21% rlogin oyabun (グラフィックスが使いたければ事前に xhost oyabun とする)
```

ログインできない場合は報告してください (桂田 [mk@math.meiji.ac.jp](mailto:mk@math.meiji.ac.jp) にメールを書く)。

なお、パスワードを設定してありませんので、数学科計算機室に直接やって来てもログインできません。数学科計算機室で使いたい場合は、パスワードを取得して下さい。そのためには、事前にメールで連絡を取って、計算機室に来てもらうこととなります (金曜日の午後などが都合が付きやすいです)。

<sup>2</sup>Emacs 20 (emacs-20.3 というコマンド名) を用意しました。こちらでは M-x shell が使えます。

### 3 課題 7

何か数学の問題を選んで、それを解くのに Mathematica を利用してみた結果についてレポートしなさい。締め切りは 7 月 28 日 (土曜)。

- 問題はコンピューターの前に座る前に複数選んでおくこと (うまく行かないこともあるので)。
- 誰でも 2, 3 分で解けるような、単純な計算問題のようなものは選ばないこと。
- うまく行かない場合もあるので、Mathematica にやらせっぱなしにしないで、結果を分析すること。
- うまく行かない場合にその理由が推測出来るならば、それについて説明するのもレポートになります。
- 余裕があれば、うまく解けた例と、解けなかった例と二つ説明してください。

それから...

気が向いたら、この講義の感想を書いてください。授業の進め方についての感想はもちろん、こういうものを取り上げて欲しかった (あるいはその反対) など。

### 4 Mathematica で何か一つ問題を解いてみる

紙と鉛筆で計算するのが面倒、もしくは計算ミスをしていないか、自信がないという一つ問題を解いてみよう。解析概論から一題。

演習問題 32

$f(x, y) = (x^2 - y^2)e^{-(x^2+y^2)}$  について、以下の問に答えよ。

(1)  $\nabla f(x, y)$  を求めよ。 (2)  $f$  の Hesse 行列を求めよ。 (3)  $f$  の極値を求めよ。

```
f=(x^2-y^2)Exp[-(x^2+y^2)]
fx=D[f,x]
fx=Simplify[%]
fy=Simplify[D[f,y]]
Solve[{fx==0,fy==0},{x,y]}
警告が出る。
```

Mathematica 4.0 では努力してゴミ (解でないもの) を出してしまう。  
どうも  $\text{Exp}[-(x^2+y^2)]$  で苦労しているようなので、それを除いてやる。

```
s=Solve[{Exp[x^2+y^2]fx==0,Exp[x^2+y^2]fy==0},{x,y]}
```

こうすると、どのバージョンでも警告無しにちゃんと解ける。

```
Plot3D[f,{x,-2,2},{y,-2,2]}
```

グラフを消すには、(1) クリック, (2) File から Quit, (3) C-q のいずれか

```
ContourPlot[f,{x,-2,2},{y,-2,2]}
```

山と谷, 交わる 2 曲線  
分かりますか?

```
fxx=D[fx,x]
fxx=Simplify[%]
fxy=Simplify[D[fx,y]]
fyx=Simplify[D[fy,x]]
fyy=Simplify[D[fy,y]]
```

ちなみにバージョンによって、見栄えが異なります。

```
h={{fxx,fxy},{fxy,fyy}}
s
```

```
h /. {x -> -1, y -> 0}
Eigenvalues[%]
ともに負 (極大!)
Eigenvalues[h /. {x -> -1, y -> 0}]
f /. {x -> -1, y -> 0}
値は 1/E
```

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> 0}]
不定符号
```

```
Eigenvalues[h /. {x -> 1, y -> 0}]
ともに負 (極大!)
f /. {x -> 1, y -> 0}
値は 1/E
```

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> -1}]
ともに正 (極小!)
f /. {x -> 0, y -> -1}
値は -1/E
```

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> 1}]
ともに正 (極小!)
f /. {x -> 0, y -> 1}
値は -1/E
```

おまけ

### 演習問題 33

$f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$  について、以下の問に答えよ。

(1)  $\nabla f(x, y)$  を求めよ。 (2)  $f$  の Hesse 行列を求めよ。 (3)  $f$  の極値を求めよ。

### 練習問題

次の関数の極大と極小を求めよ。

(1)  $x^2 + xy - 4x + y^2 - 2y$ . (2)  $x^2 - 8xy + 18y^2 + 6x - 28y$ . (3)  $(x - y^2)(x - 2y^2)$ .  
(4)  $xy(x^2 + y^2 - 1)$ . (5)  $x^4 + y^4 + 2x^2y^2$  (6)  $xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ . (7)  $x^3 + y^3$ .

なお、課題 6-4 を、もし Mathematica を使って取り組むとどうするか、試しにプログラムを書いてみたので (<http://www.isc.meiji.ac.jp/%7Eere00018/syori2-2001/kadai6/node5.html>)、興味があれば見てみてください。

## A kyokuchi.m

授業までは人に使ってもらえる状態ではなかったプログラムが「まあまあ使える」状態になったので、以下に紹介します。

```
kyokuchi.m
(* 二変数関数 f の停留点を求める (よう努力する) *)
kyokuchiten[f_]:=
Module[
  {fx,fy},
  fx=Simplify[D[f[x,y],x]];
  fy=Simplify[D[f[x,y],y]];
  Solve[{fx==0,fy==0},{x,y}]
]

(* 二変数関数 f とその停留点のリスト s を分析し、極値の判定をする *)
bunseki[s_,f_]:=
Module[
  {ff,HesseXY,aSolution,restSolutions,valf,l1,l2},
  ff=f[x,y];
  HesseXY = {{D[ff,x,x],D[ff,x,y]},
             {D[ff,y,x],D[ff,y,y]}};
  restSolutions = s;
  While [(restSolutions != {}),
    aSolution = First[restSolutions];
    restSolutions = Rest[restSolutions];
    valf = ff /. aSolution;
    {l1,l2} = Eigenvalues[HesseXY /. aSolution];
    If [l1 > 0 && l2 > 0,
      Print[aSolution, " , 極小 f(x,y)=", valf]];
    If [l1 < 0 && l2 < 0,
      Print[aSolution, " , 極大 f(x,y)=", valf]];
    If [(l1 l2 < 0),
      Print[aSolution, " , 極値でない "]];
    If [(l1 l2 == 0),
      Print[aSolution, " , 極値であるかどうか分からない。 "]];
  ]
]
```

まだまだ不完全ですが、「答えあわせのお供」くらいにはなります。

## kyokuchi.m の使用例

```
oyabun% math
Mathematica 4.0 for Solaris
Copyright 1988-1999 Wolfram Research, Inc.
-- Motif graphics initialized --

In[1]:= <<kyokuchi.m

In[2]:= f[x_,y_]:=x y(x^2+y^2-4)

In[3]:= s=kyokuchiten[f]

Out[3]= {{x -> -2, y -> 0}, {x -> -1, y -> -1}, {x -> -1, y -> 1},
> {x -> 0, y -> 0}, {x -> 1, y -> -1}, {x -> 1, y -> 1}, {x -> 2, y -> 0},
> {y -> -2, x -> 0}, {y -> 2, x -> 0}}

In[4]:= bunseki[s,f]
{x -> -2, y -> 0}, 極値でない
{x -> -1, y -> -1}, 極小 f(x,y)=-2
{x -> -1, y -> 1}, 極大 f(x,y)=2
{x -> 0, y -> 0}, 極値でない
{x -> 1, y -> -1}, 極大 f(x,y)=2
{x -> 1, y -> 1}, 極小 f(x,y)=-2
{x -> 2, y -> 0}, 極値でない
{y -> -2, x -> 0}, 極値でない
{y -> 2, x -> 0}, 極値でない

In[5]:=
```