

基礎数学III

桂田 祐史

2004年7月8日

1 連絡事項

次週(7/15)は、これまでの小テスト、宿題の問題と解答を配り、またどのような期末試験問題にするかも説明する予定。これまで宿題を提出しそびれた者にもチャンスを与える。可能な限り出席すること。

万一欠席した場合は、友人から情報を得るか、直接桂田に尋ねること(研究室は6号館7F(6716B), 電子メールmk@math.meiji.ac.jp, WWW ページ <http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/kiso3/>(今日現在は昨年度の資料のみ))。誰かに質問されたことで重要なことはなるべくWWW ページに書きます。

質問はもちろん桂田にしに来てもよいし、理工学部学習支援センター(第二校舎1号館2階, Tel. 044-934-7195)に行ってもよいでしょう。

2 p.38 問題2 (1)~(8) の略解

前回宿題を含む問題だが、時間がないので黒板上での説明は省略する。

$$(1) I = \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13} = \int \frac{dx}{(x-3)^2 + 4}. \quad x-3 = u \text{ とおくと, } I = \int \frac{du}{u^2 + 1} = \frac{1}{2} \tan^{-1} u + C = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{x-3}{2} \right) + C.$$

$$(2) I = \int \frac{dx}{\sqrt{5+2x-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{6-(x-1)^2}}. \quad x-1 = \sqrt{6}u \text{ とおくと, } I = \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \sin^{-1} u + C = \sin^{-1} \left(\frac{x-1}{\sqrt{6}} \right) + C.$$

$$(3) I = \int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+4x-3}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-(x-2)^2}}. \quad x-2 = u \text{ とおくと, } I = \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \sin^{-1} u + C = \sin^{-1}(x-2) + C.$$

$$(4) I = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-6x+12}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(x-3)^2+3}}. \quad x-3 = \sqrt{3}u \text{ とおくと, } I = \int \frac{du}{\sqrt{u^2+1}} = \log \left| u + \sqrt{u^2+1} \right| + C = \log \left| \frac{x-3}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{x^2-6x+12}{3}} \right| + C = \log \left| x-3 + \log \sqrt{x^2-6x+12} \right| + C.$$

$$\begin{aligned}
(5) \quad I &= \int \sqrt{x^2 + 4x} dx = \int \sqrt{(x+2)^2 - 4} dx. \quad x+2 = 2u \text{ とおくと、} \quad I = 4 \int \sqrt{u^2 - 1} du + C = \\
&4 \cdot \frac{1}{2} \left(u\sqrt{u^2 - 1} - 1 \cdot \log \left| u + \sqrt{u^2 - 1} \right| \right) + C = 2 \left(u\sqrt{u^2 - 1} - \log \left| u + \sqrt{u^2 - 1} \right| \right) + C = \\
&2 \left[\frac{x+2}{2} \sqrt{\frac{x^2 + 4x}{4}} - \log \left| \frac{x+2}{2} + \sqrt{\frac{x^2 + 4x}{4}} \right| \right] + C = \frac{x+2}{2} \sqrt{x^2 + 4x} - 2 \log \left| x+2 + \sqrt{x^2 + 4x} \right| + C'.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(6) \quad I &= \int \sqrt{x^2 + 4x + 13} dx = \int \sqrt{(x+2)^2 + 9} dx. \quad x+2 = 3u \text{ とおくと、} \quad I = 9 \int \sqrt{u^2 + 1} du + \\
C &= 9 \cdot \frac{1}{2} \left(u\sqrt{u^2 + 1} + 1 \cdot \log \left| u + \sqrt{u^2 + 1} \right| \right) + C = (\text{中略}) = \frac{x+2}{2} \sqrt{x^2 + 4x + 13} + \\
&\frac{9}{2} \log \left| x+2 + \sqrt{x^2 + 4x + 13} \right| + C'.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(7) \quad I &= \int \sqrt{-x^2 - 4x} dx = \int \sqrt{4 - (x+2)^2} dx. \quad x+2 = 2u \text{ とおくと、} \quad I = 4 \int \sqrt{1 - u^2} du + \\
C &= 4 \cdot \frac{1}{2} \left(u\sqrt{1 - u^2} + 1^2 \cdot \sin^{-1} u \right) + C = 2 \left(u\sqrt{1 - u^2} + \sin^{-1} u \right) + C = 2 \left[\frac{x+2}{2} \sqrt{\frac{-x^2 - 4x}{4}} + \sin^{-1} \frac{x+2}{2} \right] + \\
C &= (\text{中略}) = \frac{x+2}{2} \sqrt{-x^2 - 4x} + 2 \sin^{-1} \left(\frac{x+2}{2} \right) + C.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(8) \quad I &= \int \sqrt{-x^2 + 4x - 3} dx = \int \sqrt{1 - (x-2)^2} dx. \quad x-2 = u \text{ とおくと、} \quad I = \int \sqrt{1 - u^2} du + \\
C &= \frac{1}{2} \left(u\sqrt{1 - u^2} + 1^2 \cdot \sin^{-1} u \right) + C = \frac{1}{2} \left(u\sqrt{1 - u^2} + \sin^{-1} u \right) + C = (\text{中略}) \\
&= \frac{1}{2} \left[(x-2)\sqrt{-x^2 + 4x - 3} + \sin^{-1}(x-2) \right] + C.
\end{aligned}$$