

__年__組__番 氏名_____ (解答は何ページでも可. 1つのPDFにして提出。)

問6 $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ を次式で定めるとき、以下の (1), (2), (3) に答えよ。

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)). \end{cases}$$

(注: f は $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ では有理関数に等しいので、 C^∞ 級である。)

(1) $f_x(0, 0)$, $f_y(0, 0)$ を求めよ。(2) f は \mathbb{R}^2 で C^1 級であることを示せ。(3) $f_{xy}(0, 0)$ と $f_{yx}(0, 0)$ を求め、 f が \mathbb{R}^2 で C^2 級であるかどうか答えよ。