

\_\_年\_\_組\_\_番 氏名\_\_\_\_\_ (解答は何ページでも可. 1つのPDFにして提出。)

問6  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  を次式で定めるとき、以下の (1), (2), (3) に答えよ。

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)). \end{cases}$$

(注:  $f$  は  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$  では有理関数に等しいので、 $C^\infty$  級である。)

(1)  $f_x(0, 0)$ ,  $f_y(0, 0)$  を求めよ。(2)  $f$  は  $\mathbb{R}^2$  で  $C^1$  級であることを示せ。(3)  $f_{xy}(0, 0)$  と  $f_{yx}(0, 0)$  を求め、 $f$  が  $\mathbb{R}^2$  で  $C^2$  級であるかどうか答えよ。