

__年__組__番 氏名_____ (解答は何ページでも可. 1つのPDFにして提出。)

問4 (どちらかという、前回の範囲の問題が主)

(1) I は \mathbb{R} の区間, $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, $a \in \bar{I}$, $A \in \mathbb{R}$ とする。 $x \rightarrow a$ のとき $f(x)$ が A に収束するとはどういうことか (定義の条件を書け)。

(2) $f(x) = -\frac{5}{2}x + 4$ ($x \in \mathbb{R}$) とするとき、 f が \mathbb{R} で連続であることを ε - δ 論法で証明せよ。

(3) (1) が成り立つとき、 a の十分近くで、 f が有界である、すなわち

$$(\exists \delta > 0)(\exists M \in \mathbb{R})(\forall x \in I : |x - a| < \delta) \quad |f(x)| \leq M$$

が成り立つことを示せ。(ヒント: 収束する数列は有界、という定理の証明と良く似ている。)

(4) 多項式関数、多項式関数でない有理関数、有理関数でない関数の例をそれぞれあげよ (ただし授業中にあげた例とは異なるものを書くこと)。