

\_\_年\_\_組\_\_番 氏名\_\_\_\_\_ (解答は裏面も使用可, A4レポート用紙に書いても可)

問13 **要注意** 補講を 1/23(木) 1,2限に行います (間違えて伝達したことがあったかも)。

(1)  $f(z) = \frac{4z^4 + 33z^3 + 96z^2 + 122z + 67}{z^3 + 7z^2 + 15z + 9}$  について、以下の問に答えよ ( $f(z)$  の部分分数分解の結果は、Mathematica で  `Apart[(4z^4+33z^3+96z^2+122z+67)/(z^3+7z^2+15z+9)]` として検算せよ)。

(a)  $-3$  のまわりの  $f$  の Laurent 展開とそれが収束する円環領域 (なるべく大きいもの), 主部,  $-3$  の極としての位数, 留数  $\text{Res}(f; -3)$  を求めよ。

(b)  $f$  の  $-3$  以外の極を全て求め、その位数とその点における  $f$  の留数を答えよ (もちろん Laurent 展開を求めれば分かるが、部分分数分解の結果だけから分かるはず)。

(2)  $f(z) = \frac{z+4}{(z+1)(z+2)^3}$  とするとき、(Laurent 展開も部分分数分解もせずに)  $\text{Res}(f; -1)$ ,  $\text{Res}(f; -2)$ ,  $\text{Res}(f; -3)$  を求めよ。

$c$  が極の場合、 $\text{Res}(f; c) = \frac{1}{(k-1)!} \lim_{z \rightarrow c} \left( \frac{d}{dz} \right)^{k-1} [(z-c)^k f(z)]$  ( $k$  は極  $c$  の位数) を使うと良い。