

\_\_年\_\_組\_\_番 氏名\_\_\_\_\_ (解答は裏面も使用可, A4レポート用紙に書いても可)

**問10** 以下の線積分の値を求めよ。(1)については曲線  $C$  の像  $C^*$  の図を描け。

(1)  $C: z = t + it^3$  ( $t \in [0, 1]$ ) とするとき  $I_1 = \int_C \operatorname{Im} z \, dz$

(2)  $r > 0, c \in \mathbb{C}, n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$  のとき、次の線積分の値を求めよ。(a)  $\int_{|z-c|=r} \frac{dz}{z-c}$  (b)  $\int_{|z-c|=r} (z-c)^n \, dz$   
(講義中に注意したように、 $|z-c|=r$  は  $z = c + re^{i\theta}$  ( $\theta \in [0, 2\pi]$ ) とみなすこと。)

(3) 次の各曲線  $\gamma$  に対して、 $\int_{\gamma} \operatorname{Im} z \, dz$  の値を求めよ。(i) 0 から 1, そして 1 から  $1+i$  に至る折れ線  
(ii) 0 から  $i$ , そして  $i$  から  $1+i$  に至る折れ線 (iii) 0 から  $1+i$  に至る線分

(4) 4点  $0, 1, 1+i, i$  を頂点とする正方形の周を正の向きに一周する曲線を  $\Gamma$  とするとき、 $\int_{\Gamma} \operatorname{Re} z \, dz$ ,  
 $\int_{\Gamma} (z^2 - 2iz + 3) dz$  の値を求めよ。