2025/1/14(火曜)3 限の講義のメモ

桂田 祐史

2025 年 1 月 16 日, 2025 年 1 月 17 日

1. 円環領域の定義 p. 163, 定義 10.1

2. 円環領域で正則な関数は Laurent 展開可能である p. 164, 定理 10.2
   証明のあらすじもやった。

$$\frac{1}{\zeta - z} = \frac{1}{(\zeta - c) - (z - c)} = -\frac{1}{z-c} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\zeta - c}{z - c}} = -\frac{1}{z-c} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\zeta - c}{z - c} \right)^n = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\zeta - c)^{n-1}}{(z-c)^n}$$

   を

$$-\frac{1}{2\pi i} \int_{|\zeta - c| = r_1} \frac{f(\zeta)}{\zeta - z}\, d\zeta$$

   に代入するあたりと、$|z - c| > r_1$, $|\zeta - c| = r_1$ から

$$|\text{公比}| \le \frac{|\zeta - c|}{|z - c|} = \frac{r_1}{|z - c|} < 1$$

   と評価するあたり。

3. 負の指数 ($\frac{a_{-n}}{(z-c)^n} = a_{-n}(z-c)^{-n}$) を持つ級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{-n}}{(z-c)^n}$ の収束について p. 164, 補題 10.3

4. Laurent 展開の定義 p. 166, 定義 10.4

5. $\dfrac{1}{z-a}$ の Laurent 展開 pp. 167–168, 例 10.6

6. 有理関数の Laurent 展開について p. 168, 例 10.7

参考文献